Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΖΗΤΗΣΗΣ

1. Γραμμική συνάρτηση ζήτησης

Η γραμμική συνάρτηση ζήτησης έχει τη μορφή:

$$Q_d = \alpha - \beta P$$

Η (σημειακή) ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή είναι:

$$E_d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} \qquad E_d = \beta \cdot \frac{P}{Q_d}$$

Στη γραμμική συνάρτηση, ο συντελεστής β (κλίση της ευθείας) χρησιμοποιείται στον τύπο της ελαστικότητας:

$$E_d = \beta \cdot \frac{P}{Q_d}.$$

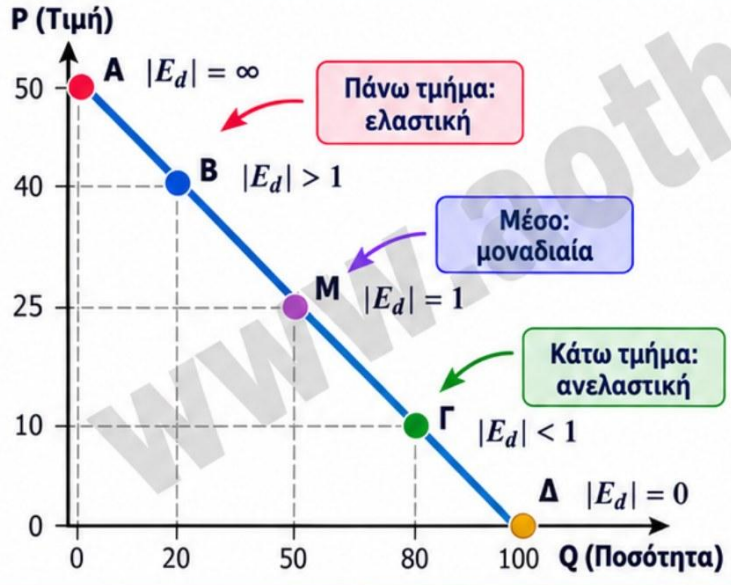
2. Βασική ιδέα

Η ελαστικότητα δεν είναι ίδια σε όλα τα σημεία της ίδιας ευθείας ζήτησης.

Στη γραμμική συνάρτηση ζήτησης, καθώς κινούμαστε κατά μήκος της ευθείας, ο λόγος $\frac{P}{Q}$ αλλάζει, άρα αλλάζει και η ελαστικότητα.

1. **Στο πάνω τμήμα της καμπύλης:** $|E_d| > 1$ → **Ελαστική ζήτηση**
2. Στο μέσο της καμπύλης: $|E_d| = 1$ → **Μοναδιαία ελαστικότητα**
3. **Στο κάτω τμήμα της καμπύλης:** $|E_d| < 1$ → **Ανελαστική ζήτηση**

3. Διάγραμμα



4. Λυμένο παράδειγμα

Έστω η γραμμική συνάρτηση ζήτησης:

$$Q_d = 100 - 2P$$

Υπολογίζουμε την ελαστικότητα σε τρία χαρακτηριστικά σημεία:

1. **Σημείο Β:** $P = 40,\ Q = 20$
   $E_d = (-2) \cdot \frac{40}{20} = -4 \rightarrow |E_d| > 1 \rightarrow$ **Ελαστική**
2. **Σημείο Μ:** $P = 25,\ Q = 50$
   $E_d = (-2) \cdot \frac{25}{50} = -1 \rightarrow |E_d| = 1 \rightarrow$ **Μοναδιαία**
3. **Σημείο Γ:** $P = 10,\ Q = 80$
   $E_d = (-2) \cdot \frac{10}{80} = -0{,}25 \rightarrow |E_d| < 1 \rightarrow$ **Ανελαστική**

Παρότι η κλίση της ευθείας είναι ίδια, η ελαστικότητα αλλάζει γιατί αλλάζει ο λόγος $\frac{P}{Q}$.

5. Θυμήσου

Σε μια γραμμική καμπύλη ζήτησης, όσο κατεβαίνουμε προς τα δεξιά η απόλυτη τιμή της ελαστικότητας μειώνεται.

- Κοντά στον άξονα των τιμών: $|E_d|$ μεγάλο
- Στο μέσο: $|E_d| = 1$
- Κοντά στον άξονα των ποσοτήτων: $|E_d|$ μικρό

www.aotheory.edu.gr

Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΙΣΟΣΚΕΛΗ ΥΠΕΡΒΟΛΗ

Με απλά λόγια και λυμένο παράδειγμα

1. Ισοσκελής υπερβολή ζήτησης

Η συνάρτηση ζήτησης έχει μορφή:

$$Q_d = \frac{\alpha}{P}$$

Σε αυτή την περίπτωση το γινόμενο $P \cdot Q_d$ παραμένει σταθερό.

$$Q_d = \frac{\alpha}{P}$$

$$P \cdot Q_d = \text{σταθερό}$$

2. Βασική ιδέα

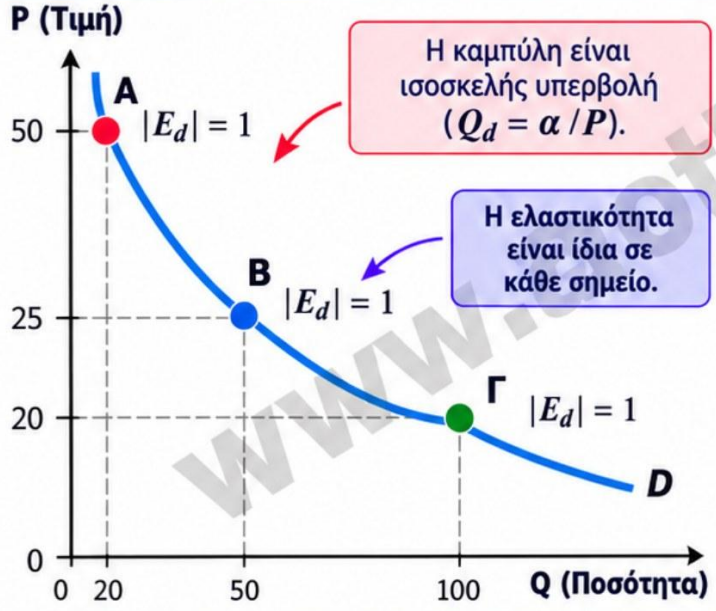
Στην ισοσκελή υπερβολή η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή είναι ίδια σε όλα τα σημεία της καμπύλης.

$$|E_d| = 1 \quad \text{σε όλα τα σημεία}$$

Άρα η ζήτηση είναι παντού μοναδιαίας ελαστικότητας.

$$E_d = -1 \Rightarrow |E_d| = 1$$

3. Διάγραμμα



4. Λυμένο παράδειγμα

Έστω η συνάρτηση ζήτησης: $Q_d = \frac{100}{P}$

Υπολογίζουμε τη ζητούμενη ποσότητα και τη συνολική δαπάνη για διάφορες τιμές της τιμής.

Τιμή (P)	Ζητούμενη ποσότητα (Q_d)	Συνολική δαπάνη $P \cdot Q_d$
2€	50	100€
4€	25	100€
5€	20	100€

1. Παρατηρούμε ότι η συνολική δαπάνη μένει σταθερή (100€).
2. Άρα η ζήτηση είναι μοναδιαίας ελαστικότητας.
3. Σε κάθε σημείο της ισοσκελούς υπερβολής ισχύει $|E_d| = 1$.

Συμπέρασμα:
Στην ισοσκελή υπερβολή η ζήτηση είναι
ΠΑΝΤΟΥ ΜΟΝΑΔΙΑΙΑΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ.

5. Θυμήσου

1. **Ισοσκελής υπερβολή:** $Q_d = \frac{\alpha}{P}$
2. Η συνολική δαπάνη παραμένει σταθερή.
3. $E_d = -1$ και $|E_d| = 1$.
4. Η ζήτηση είναι μοναδιαία σε όλα τα σημεία της καμπύλης.

www.aotheory.edu.gr

Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΞΟΥ

Με απλά λόγια και λυμένο παράδειγμα

1. Τι είναι;

Η ελαστικότητα τόξου μετρά την **αντίδραση της ζητούμενης ποσότητας** σε μια **μεταβολή της τιμής,** όταν εξετάζουμε **δύο σημεία** της ίδιας καμπύλης ζήτησης.

Χρησιμοποιείται κυρίως όταν η μεταβολή της τιμής είναι **σχετικά μεγάλη.**

Μας δίνει τη **μέση ελαστικότητα** ανάμεσα σε δύο σημεία.

2. Τύπος υπολογισμού

$$E_d = \frac{(Q_2 - Q_1)}{(Q_1 + Q_2)/2} \div \frac{(P_2 - P_1)}{(P_1 + P_2)/2}$$

$$E_d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}$$

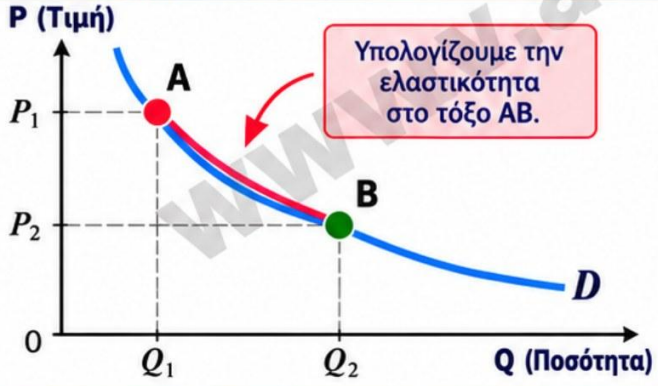
P_1, P_2 = αρχική και τελική τιμή
Q_1, Q_2 = αρχική και τελική ζητούμενη ποσότητα
$\Delta Q = Q_2 - Q_1, \quad \Delta P = P_2 - P_1$

Για τον χαρακτηρισμό κοιτάμε την **απόλυτη τιμή** $|E_d|$.

3. Γιατί χρησιμοποιούμε την ελαστικότητα τόξου;

1. Υπολογίζεται μεταξύ **δύο σημείων της ίδιας καμπύλης ζήτησης.**
2. Χρησιμοποιεί **μέσους όρους τιμής και ποσότητας.**
3. Δίνει το **ίδιο αποτέλεσμα** είτε κινηθούμε από το **Α στο Β** είτε από **το Β στο Α.**

4. Διάγραμμα



5. Λυμένο παράδειγμα

Η τιμή ενός αγαθού αυξάνεται από **10€** σε **20€** και η ζητούμενη ποσότητα μειώνεται από 100 σε 50 μονάδες. Να υπολογιστεί η ελαστικότητα τόξου και να χαρακτηριστεί η ζήτηση.

Τιμή (P)	Ζητούμενη ποσότητα (Q_d)
10€	100
20€	50

Λύση:

1. Μέση ποσότητα $= \frac{100 + 50}{2} = 75$
   $\Delta Q = 50 - 100 = -50$
   % μεταβολή ποσότητας $= \frac{-50}{75} \times 100 = -66{,}67\%$
2. Μέση τιμή $= \frac{10 + 20}{2} = 15$
   $\Delta P = 20 - 10 = 10$
   % μεταβολή τιμής $= \frac{10}{15} \times 100 = 66{,}67\%$
3. $E_d = \frac{-66{,}67\%}{66{,}67\%} = -1$

$|E_d| = 1$ → ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΞΟΥ

Στο συγκεκριμένο τόξο, η ζητούμενη ποσότητα μεταβάλλεται στον ίδιο βαθμό με την τιμή.

6. Θυμήσου

$\|E_d\| > 1$	$\|E_d\| = 1$	$\|E_d\| < 1$
Ελαστική ζήτηση	Μοναδιαία ελαστικότητα	Ανελαστική ζήτηση

Η ελαστικότητα τόξου δίνει τη **μέση** ελαστικότητα ανάμεσα σε δύο σημεία της καμπύλης ζήτησης.

www.aotheory.edu.gr

Λυμένη Άσκηση – Ελαστικότητα Ζήτησης & Γραμμικές Συναρτήσεις

Με αναλυτική λύση και μεθοδολογία

Εκφώνηση

Δίνονται τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα για την τιμή (P) ενός αγαθού Χ, τη ζητούμενη ποσότητα (Q_d), το εισόδημα των καταναλωτών (Υ) και τις προτιμήσεις των καταναλωτών. Οι υπόλοιποι προσδιοριστικοί παράγοντες της ζήτησης δεν μεταβάλλονται.

Συνδυασμοί	P	Q_d	Υ	Προτιμήσεις
Α	30	90	1.500	Ευνοϊκές
Β	30	120	1.800	Ευνοϊκές
Γ	30	60	1.500	Δυσμενείς
Δ	50	30	1.500	Ευνοϊκές
Ε	50	40	1.800	Ευνοϊκές

Ερωτήματα

α. Να προσδιορίσετε μεταξύ ποιων συνδυασμών υπολογίζεται η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Να βρείτε την ελαστικότητα της ζήτησης (E_d) μεταξύ αυτών των συνδυασμών, καθώς αυξάνεται η τιμή του αγαθού, και να χαρακτηρίσετε τη ζήτηση.

γ. Να βρείτε τις γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης και να κατασκευάσετε τις αντίστοιχες ευθύγραμμες καμπύλες ζήτησης σε ένα κοινό διάγραμμα.

δ. Να υπολογίσετε την ποσοστιαία μεταβολή της ζήτησης όταν το εισόδημα των καταναλωτών αυξάνεται από 1.500 σε 1.800. Τι είδους αγαθό είναι το Χ;

www.aotheory.edu.gr

1 Μεθοδολογία

Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή υπολογίζεται μόνο μεταξύ συνδυασμών όπου μεταβάλλονται η τιμή (P) και η ζητούμενη ποσότητα (Q_d), ενώ το εισόδημα και οι προτιμήσεις παραμένουν σταθερά (ceteris paribus).

2 Απάντηση α

Η ελαστικότητα υπολογίζεται μεταξύ των συνδυασμών Α–Δ και Β–Ε, γιατί σε αυτούς μεταβάλλονται μόνο η τιμή και η ζητούμενη ποσότητα, ενώ το εισόδημα και οι προτιμήσεις μένουν σταθερά.

3 Απάντηση β

Μεταξύ Α–Δ

$$E_{d(\text{Α–Δ})} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P_A}{Q_A} = \frac{30-90}{50-30} \cdot \frac{30}{90} = \frac{-60}{20} \cdot \frac{30}{90} = -3 \cdot \frac{1}{3} = -1$$

$|E_d| = 1 \Rightarrow$ Η ζήτηση είναι **μοναδιαίας ελαστικότητας.**

Μεταξύ Β–Ε

$$E_{d(\text{Β–Ε})} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P_B}{Q_B} = \frac{40-120}{50-30} \cdot \frac{30}{120} = \frac{-80}{20} \cdot \frac{30}{120} = -4 \cdot \frac{1}{4} = -1$$

$|E_d| = 1 \Rightarrow$ Η ζήτηση είναι **μοναδιαίας ελαστικότητας.**

4 Απάντηση γ

Από τους συνδυασμούς Α–Δ

Α: $90 = \alpha + \beta \cdot 30$

Δ: $30 = \alpha + \beta \cdot 50$

Αφαιρούμε κατά μέλη: $60 = -20\beta$

$\Rightarrow \beta = -3$

Αντικατάσταση στο Α: $90 = \alpha - 90$

$\Rightarrow \alpha = 180$

Άρα: $Q_{d1} = 180 - 3P$

Από τους συνδυασμούς Β–Ε

Β: $120 = \alpha + \beta \cdot 30$

Ε: $40 = \alpha + \beta \cdot 50$

Αφαιρούμε κατά μέλη: $80 = -20\beta$

$\Rightarrow \beta = -4$

Αντικατάσταση στο Β: $120 = \alpha - 120$

$\Rightarrow \alpha = 240$

Άρα: $Q_{d2} = 240 - 4P$

Σημεία τομής με τους άξονες

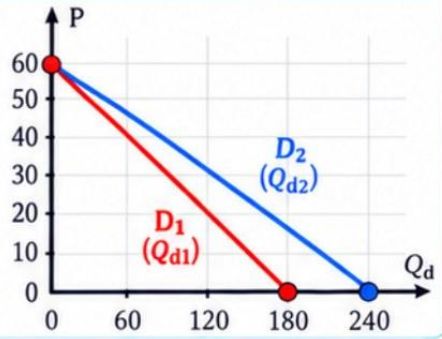
Για τη $Q_{d1} = 180 - 3P$

Σημείο	P	Q_d
Τομή με P	0	180
Τομή με Q_d	60	0

Για τη $Q_{d2} = 240 - 4P$

Σημείο	P	Q_d
Τομή με P	0	240
Τομή με Q_d	60	0

Διάγραμμα ζήτησης



5 Απάντηση δ

Στην τιμή P = 30, η ζητούμενη ποσότητα αυξάνεται από 90 σε 120 όταν το εισόδημα αυξάνεται από 1.500 σε 1.800.

$$\Delta Q\% = \frac{120-90}{90} \cdot 100 = \frac{30}{90} \cdot 100 = \mathbf{33{,}33\%}$$

Η ζήτηση αυξάνεται όταν αυξάνεται το εισόδημα, άρα το αγαθό Χ είναι **κανονικό αγαθό.**

Συμπέρασμα: Στην άσκηση αυτή η ζήτηση ως προς την τιμή είναι μοναδιαίας ελαστικότητας και το αγαθό Χ είναι κανονικό.

Λυμένη Άσκηση – Ελαστικότητα Ζήτησης & Γραμμικές Συναρτήσεις

Με αναλυτική λύση και μεθοδολογία

Εκφώνηση

Δίνονται τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα για την τιμή (P) ενός αγαθού X, τη ζητούμενη ποσότητα (Q_d), το εισόδημα των καταναλωτών (Y) και τις προτιμήσεις των καταναλωτών. Οι υπόλοιποι προσδιοριστικοί παράγοντες της ζήτησης δεν μεταβάλλονται.

Συνδυασμοί	P	Q_d	Y	Προτιμήσεις
A	10	120	800	Ευνοϊκές
B	10	160	1.000	Ευνοϊκές
Γ	10	90	800	Δυσμενείς
Δ	30	60	800	Ευνοϊκές
E	30	80	1.000	Ευνοϊκές

Ερωτήματα

α. Να προσδιορίσετε μεταξύ ποιων συνδυασμών υπολογίζεται η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Να βρείτε την ελαστικότητα της ζήτησης (E_d) μεταξύ αυτών των συνδυασμών, καθώς αυξάνεται η τιμή του αγαθού, και να χαρακτηρίσετε τη ζήτηση.

γ. Να βρείτε τις γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης και να κατασκευάσετε τις αντίστοιχες ευθύγραμμες καμπύλες ζήτησης σε ένα κοινό διάγραμμα.

δ. Να υπολογίσετε την ποσοστιαία μεταβολή της ζήτησης όταν το εισόδημα των καταναλωτών αυξάνεται από 800 σε 1.000. Τι είδους αγαθό είναι το X;

www.aotheory.edu.gr

1 Μεθοδολογία

Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή υπολογίζεται μόνο μεταξύ συνδυασμών όπου μεταβάλλονται η τιμή (P) και η ζητούμενη ποσότητα (Q_d), ενώ το εισόδημα και οι προτιμήσεις παραμένουν σταθερά (ceteris paribus).

2 Απάντηση α

Η ελαστικότητα υπολογίζεται μεταξύ των συνδυασμών Α–Δ και Β–Ε, γιατί σε αυτούς μεταβάλλονται μόνο η τιμή και η ζητούμενη ποσότητα, ενώ το εισόδημα και οι προτιμήσεις μένουν σταθερά.

3 Απάντηση β

Μεταξύ Α–Δ

$$E_{d(A-\Delta)} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\frac{P_A}{Q_A} = \frac{60-120}{30-10}\cdot\frac{10}{120} = \frac{-60}{20}\cdot\frac{10}{120} = -3\cdot\frac{1}{12} = -\frac{1}{4}$$

$|E_d| = \frac{1}{4} < 1$

⇒ Η ζήτηση είναι **ανελαστική**.

Μεταξύ Β–Ε

$$E_{d(B-E)} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\frac{P_B}{Q_B} = \frac{80-160}{30-10}\cdot\frac{10}{160} = \frac{-80}{20}\cdot\frac{10}{160} = -4\cdot\frac{1}{16} = -\frac{1}{4}$$

$|E_d| = \frac{1}{4} < 1$

⇒ Η ζήτηση είναι **ανελαστική**.

4 Απάντηση γ

Από τους συνδυασμούς Α–Δ

Α: $120 = \alpha + \beta\cdot 10$

Δ: $60 = \alpha + \beta\cdot 30$

Αφαιρούμε κατά μέλη: $60 = -20\beta$

$\Rightarrow \beta = -3$

Αντικατάσταση στο Α: $120 = \alpha - 30$

$\Rightarrow \alpha = 150$

Άρα: $Q_{d1} = 150 - 3P$

Από τους συνδυασμούς Β–Ε

Β: $160 = \alpha + \beta\cdot 10$

Ε: $80 = \alpha + \beta\cdot 30$

Αφαιρούμε κατά μέλη: $80 = -20\beta$

$\Rightarrow \beta = -4$

Αντικατάσταση στο Β: $160 = \alpha - 40$

$\Rightarrow \alpha = 200$

Άρα: $Q_{d2} = 200 - 4P$

Σημεία τομής με τους άξονες

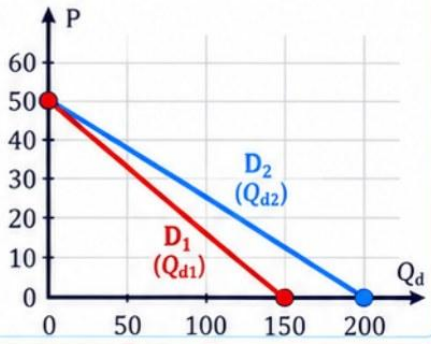
Για τη $Q_{d1} = 150 - 3P$

Σημείο	P	Q_d
Τομή με P	0	150
Τομή με Q_d	50	0

Για τη $Q_{d2} = 200 - 4P$

Σημείο	P	Q_d
Τομή με P	0	200
Τομή με Q_d	50	0

Διάγραμμα ζήτησης



5 Απάντηση δ

Στην τιμή P = 10, η ζητούμενη ποσότητα αυξάνεται από 120 σε 160 όταν το εισόδημα αυξάνεται από 800 σε 1.000.

$$\Delta Q\% = \frac{160-120}{120}100 = \frac{40}{120}\cdot 100 = 33{,}33\%$$

Η ζήτηση αυξάνεται όταν αυξάνεται το εισόδημα, άρα το αγαθό **X** είναι **κανονικό αγαθό**.

Συμπέρασμα: Στην άσκηση αυτή η ζήτηση ως προς την τιμή είναι ανελαστική και το αγαθό X είναι κανονικό.

Πάκος Δημήτρης

Μαζί, φτάνουμε στον στόχο σου!

Οικονομολόγος - Εκπαιδευτικός

Ιδιαίτερα Μαθήματα Οικονομικών

ΑΟΘ
ΓΕΛ & ΕΠΑΛ

ΑΟΔΕ
Προετοιμασία Πανελλαδικών

Δια ζώσης & Online

Ρέθυμνο • Πάνορμο
και γύρω περιοχές
Πέραμα • Σκεπαστή • Μπαλί
Ρούμελη • Σίσσες • Σταυρωμένο



Κατανόηση με απλό τρόπο

Οργάνωση στην ύλη

Επιτυχία στους στόχους σου

Εμπειρία
Αποτελέσματα
Εμπιστοσύνη

6971734834

www.aotheory.edu.gr